ASPECTS NORMATIFS DE LA

CONSOMMATION DES MENAGES

PLAN

I - Utilité

II - Utilité indirecte

III - Fonction dépense et demande hicksienne

IV - Mesures de la variation du bien être avec prix et revenu

V - Utilité et surplus

I

MESURE DE L'UTILITE

A - Débats néoclassiques sur l'utilité.

B - Construction d'une fonction d'utilité.

C - Utilité marginale.

D - Exemple.

I - A - 1

Mesure cardinale

On dit que la mesure de l'utilité est "cardinale" lorsqu'elle définit dans l'absolu le degré de bonheur ou de malheur.

- **Eglise au moyen age** & pénitentiaires
- **Jérémie Bentham** (1748-1832) utilise le concept d'utilité marginale pour développer un système rationnel de Droit pénal.
- **Jules Dupuit** (1804-1866), introduit la notion de surplus du consommateur pour évaluer les projets d'investissements publics.
- **H. Gossens** (1810-1858) axe ses travaux autour de la satisfaction des besoins d'un individu rationnel.

I - A- 2

Utilité cardinale mesurable

Peut-on mesurer le plaisir d'acquérir certains biens ? La théorie de l'utilité répond positivement dans le champ de l'économique.

Définition : l'utilité d'un bien est mesurable si on peut associer à chaque quantité de bien consommé une unité de désirabilité.

- On ne présuppose rien sur l'origine de cet indice de satisfaction. Irving Fisher (1918) pensait que la science des désirs humains se développerait...
- L'indice de satisfaction est par essence individuel.

I - A - 3

Utilité cardinale additive

Au départ, l'utilité était supposée additive, si bien que les unités d'utilité obtenues à partir d'un bien n'étaient en rien affectées par le niveau de consommation des autres biens.

Si x_1 est la quantité de bien 1 consommée et x_2, la quantité de bien 2, l'utilité est

$$U=U_1+U_2=U_1(x_1)+U_2(x_2)$$

Exemple : une tranche de pain donnerait deux unités d'utilité et une bouteille de bière, six.

→ L'idée selon laquelle l'utilité est indépendante bien par bien est très restrictive.

I - A - 4

Consommation et satisfaction individuelle

Jevons (1835-1882) définit l'utilité comme une notion marginale.

Définition : l'utilité est la capacité qu'a une chose d'accroître le plaisir ou de réduire le déplaisir.

→ Distinction de l'utilité totale fournie par un bien de l'utilité due à une portion de bien.

→ Rationalisation du comportement des consommateurs en égalisant les degrés finaux d'utilité apportés par l'acquisition d'un bien et par la session d'un autre bien.

I - A - 5

Utilité ordinale et rejet de la cardinalité

Pareto (1906) souligne qu'il n'est pas nécessaire d'admettre l'existence d'une fonction d'utilité unique et mesurable pour obtenir des courbes d'indifférence.

Axiome : Seule la connaissance des courbes d'indifférences est nécessaire pour caractériser la consommation des ménages.

→ Les préférences sont ordinales : elles ont pour seul objectif le classement des paniers.

→ Toute estimation de ces préférences est par nature ordinale.

I - B - 1 Construire une fonction d'utilité

Principe : Une fonction d'utilité est obtenue en attachant un nombre à chaque panier, de manière à respecter la cohérence suivante avec les préférences: soient a et b les indices d'utilité associés respectivement aux paniers A et B, un panier A est préféré ou indifférent à un panier B ssi $a \geq b$ (inégalité stricte en absence d'indifférence).

Remarque : Si vous connaissez l'ensemble des courbes d'indifférence, trouver une fonction d'utilité associée consiste à paramétrer l'ensemble des courbes d'indifférence : en effet, une courbe d'indifférence située plus en haut et à droite correspond à une valeur de l'utilité plus élevée.

Exercice : Trouver une fonction d'utilité associée aux courbes $y=a-(a^2-(x-a)^2)^{1/2}$.

I - B - 2

Propriétés des fonctions d'utilité

Les fonctions d'utilité dans une économie à deux biens sont :

- des fonctions de deux variables, notées $u(x_1,x_2)$
- des fonctions qui sont croissantes avec chacune des variables
- des fonctions que l'on suppose la plupart du temps continues et dérivables variables par variables

I - B - 3

Représentations « multiples » des préférences

Les mêmes ordres de préférences peuvent être représentés par des fonctions d'utilité radicalement différentes.

Exemple : $U(x_1,x_2)=x_1\,x_2$ et $V(x_1,x_2)=34 - 12/(x_1\,x_2)$ sont des fonctions qui représentent les mêmes préférences (tracez les courbes d'indifférence : ce sont les mêmes)

Proposition : Si f(.) est une fonction croissante, alors les deux fonctions $U(x_1,x_2)$ et $f(U(x_1,x_2))$ représentent les mêmes préférences.

I - C - 1

Utilités marginales

Définition: l'utilité marginale mesure la satisfaction additionnelle procurée par la consommation d'une unité supplémentaire de bien.

➔ NOTEZ que cette utilité marginale est calculée <u>BIEN PAR BIEN</u>.

Proposition : l'utilité marginale du bien i est la dérivée de la fonction d'utilité par rapport à i.

➔ $U_{mi} = \partial U / \partial x_i$

I - C - 2

Utilités marginales décroissantes

La contrepartie des différentes hypothèses que nous avons fait sur les TMS et sur les courbes d'indifférence pour exprimer qu'un agent attribue «moins de valeur» aux dernières unités d'un bien qu'il consomme est l'hypothèse suivante:

Loi de décroissance de l'utilité marginale : l'utilité retirée de la consommation d'une unité supplémentaire de bien décroît lorsque la quantité de bien consommée augmente.

Utilités marginales et TMS

On peut calculer les TMS à partir des fonctions d'utilité (maths élémentaires) et vice-versa calculer une fonction d'utilité à partir des TMS (beaucoup plus difficile).

Proposition : Le TMS est égal au rapport des utilités marginales

$$TMS(x_1,x_2)=U_{m1} / U_{m2}$$

➔ L'égalité ci-dessus est vraie quelle que soit la représentation en utilité choisie.

➔ Il suffit donc de connaître la fonction d'utilité d'un agent pour dériver son comportement.

I - D - 1

Préférences Cobb-Douglas et utilité

Proposition : Les agents dont les préférences sont Cobb-Douglas ont des fonctions d'utilité du type

$$U(x_1,x_2)=x_1^a \ x_2^b \quad \text{avec } a, b > 0.$$

Preuve - Calculons le TMS depuis cette formule.

Puisque $U(x_1,x_2)=x_1^a \ x_2^b$, on a $\quad U_{m1} = a\, x_1^{a-1}\, x_2^b$

Puisque $U(x_1,x_2)=x_1^a \ x_2^b$, on a $\quad U_{m2} = b\, x_1^a\, x_2^{b-1}$

Enfin, il vient

$$TMS = \frac{a}{b}\frac{x_2}{x_1}$$

I - D - 2

Biens compléments parfaits et utilité

On se place dans le cas de biens complémentaires devant être consommés en proportion fixe 1/1. Rappel : Le TMS tend vers l'infini au-dessus de la première bissectrice et est nul au dessous.

Proposition : La fonction d'utilité est :

$$U(x_1,x_2)=\min(x_1,x_2)$$

- Certes, il est possible de calculer les dérivées marginales pour démontrer la proposition.

- Mais remarquez simplement qu'avec cette fonction d'utilité, l'agent n'a pas intérêt à consommer autre chose que la même quantité des deux biens. Ainsi son TMS est nul (resp. infini) en dessous (resp. au-dessus) de la première bissectrice.

I - D - 3

Biens substituts parfaits et utilité

Exercice : démontrer que lorsque la fonction d'utilité d'un agent est

$$U(x_1,x_2) = a\,x_1 + b\,x_2 \quad \text{avec } a, b > 0.$$

les deux biens sont substituts parfaits pour l'agent. (à une définition des unités des biens près).

II

FONCTION D'UTILITE INDIRECTE

A - Définition et construction de l'utilité indirecte.

B - Propriétés attendues de la fonction d'utilité indirecte.

C - Applications.

II - A - 1 Définition de l'utilité indirecte

Le panier optimal de l'agent et donc l'utilité retirée de la consommation du panier optimal varient en fonction du revenu et des prix. Jusqu'à présent, nous avons défini l'utilité en fonction des paniers de biens consommés. On peut donc aussi la définir en fonction du revenu et des prix.

➡ On construit un ordre sur les systèmes prix-revenu (p_1, p_2 , ..., p_n, R). Cet ordre se représente à travers une fonction d'utilité appelée <u>fonction d'utilité indirecte</u>, notée en général V(p_1, p_2 , ..., p_n, R).

➡ Notez par ailleurs que cette fonction n'a de sens que lorsque les variables sont la liste des prix et le revenu (comparer les revenus sans référence aux prix n'a aucun sens).

Exemple : Choisir entre aller aux Etats-Unis en contrepartie d'un salaire deux fois plus élevé ou rester en Europe pour le même salaire : cela dépend du système de prix en vigueur en Europe, aux Etat-Unis et des préférences de l'agent.

II - A - 2 Détermination de la fonction d'utilité indirecte

A partir d'une fonction d'utilité u (x_1, x_2, ..., x_n), on peut calculer les demandes optimales x_1(p, R), x_2(p, R), ..., x_n(p, R) qui sont fonctions du prix et du revenu.

On en déduit alors la fonction d'utilité indirecte :

$$V(p,R) = U\left(x_1(p,R), x_2(p,R), \ldots, x_n(p,R)\right)$$

Exemple : Deux biens - Fraction égale du revenu consacrée à l'achat de chaque bien (Cobb-Douglas).

$$U(x_1, x_2) = x_1\, x_2$$

$$x_1 = R/2p_1 \quad x_2 = R/2p_2$$

$$V(p_1, p_2, R) = \frac{R}{2p_1} \times \frac{R}{2p_2} = \frac{R^2}{4p_1\, p_2}$$

II - A - 3

Utilité indirecte, solution du programme du consommateur

Lorsque l'on résout le programme

$$\max_{x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0} \quad U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$
$$s.c. \quad p_1\, x_1 + p_2\, x_2 + \cdots + p_n\, x_n \leq R$$

on trouve non seulement x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*, mais aussi la valeur maximale possible de l'utilité.

Les paramètres de ce programme sont :

p_1, p_2, ..., p_n et R (la contrainte budgétaire).

La valeur maximale de l'utilité est une

fonction de p_1, p_2, ..., p_n et R.

II - B - 1

Utilité indirecte avec le prix, croissant avec le revenu.

Proposition: Soit V (p_1, p_2 , ..., p_n, R) l'utilité indirecte

- Le bien être d'un consommateur croît avec plus de revenu.

$$\frac{\partial V}{\partial R} \geq 0$$

- Le bien-être d'un consommateur décroît avec une augmentation de prix.

$$\frac{\partial V}{\partial p_1} \leq 0 \quad ; \quad \frac{\partial V}{\partial p_2} \leq 0 \quad \ldots \quad \frac{\partial V}{\partial p_n} \leq 0$$

- **Exemple** précédent

$$V\,(p_1, p_2, R) = \frac{R^2}{4p_1\,p_2}$$

Ces propriétés de monotonie sont vérifiées.

II - B - 2

Utilité indirecte homogène de degré zéro.

Proposition : Si je multiplie tous les prix ainsi que le revenu par un certain coefficient (par exemple par 0,152). Je ne modifie pas l'utilité indirecte de l'agent.

Formellement

$$\forall \alpha > 0 \;:\; V(\alpha\, p_1, \alpha\, p_2, \ldots, \alpha\, p_n) = V(p_1, p_2, \ldots, p_n)$$

Il y a "absence d'illusion monétaire" : pas de gain à une augmentation de revenu si les prix augmentent d'autant.

L'exemple précédent

$$V(p_1, p_2, R) = \frac{R^2}{4p_1\, p_2}$$

vérifie cette propriété. Cela restreint beaucoup la forme de la fonction d'utilité indirecte (Ses propriétés sont beaucoup plus restrictives que les propriétés de la fonction d'utilité).

II - C - 1 Quelle utilité pour l'utilité indirecte ?

L'utilité indirecte permet de comparer différents systèmes de prix et de revenu, ce qui n'est pas possible à l'aide de la fonction d'utilité directe car elle ne dépend pas des prix et du revenu.

En effet, la fonction d'utilité indirecte prend en compte le choix optimal du consommateur compte tenu des prix et du revenu, contrairement à la fonction d'utilité directe.

Exemple d'application : La fonction d'utilité indirecte peut rendre compte des arbitrages entre la zone géographique où un travail est proposé et le revenu qui lui est associé.

> **Exemple** : Le salaire à Londres d'un jeune cadre est souvent quatre fois plus élevé que le salaire que ce même cadre obtiendrait à Paris pour des fonctions identiques. Comment comparer les deux situations ?

II - C - 2

Lien entre demande et utilité indirecte

On démontre que l'on peut déduire la demande walrasienne de la fonction d'utilité indirecte.

Proposition :

$$x_i = -\frac{\frac{\partial V}{\partial p_i}}{\frac{\partial V}{\partial x_i}}$$

On a un moyen direct pour calculer la demande à partir de l'utilité indirecte.

➡ V(P,R) est un instrument très puissant.

➡ En économie appliquée on part très souvent d'hypothèses sur l'utilité indirecte.

III

FONCTION DEPENSE et DEMANDE HICKSIENNE

A - Définition et construction de la fonction dépense et de la demande hicksienne

B - Propriétés attendues de la fonction dépense et de la demande hicksienne

III - A - 1 Introduction à la fonction dépense

Jusqu'à présent nous avons étudié le choix du consommateur étant donné ses contraintes représentées par la contrainte budgétaire. Le choix du consommateur est analysé par rapport aux prix et aux revenus.

Nous allons maintenant renverser l'analyse, en supposant que la contrainte est un niveau de bien-être U minimum à atteindre, et que le consommateur cherche le revenu minimum (ou de manière équivalente la dépense minimale) permettant d'atteindre ce niveau de bien-être U.

Cela revient à chercher la "fonction dépense".

III - A - 2 Détermination de la fonction dépense

Définition: la fonction de dépense e(P,U) est le revenu minimum (dépense minimale) nécessaire pour qu'un consommateur obtienne un niveau d'utilité U fixé, pour un niveau de prix P donné.

- **e(P,U) dépend du niveau minimum d'utilité requis**

  Le calcul de la fonction dépense se fait pour n'importe quel niveau d'utilité —notons le U— qu'il soit faible ou élevé.

- **e(P,U) dépend du niveau des prix**

  Pour un même consommateur, un niveau de vie standard U est atteint avec des revenus différents selon le système de prix P.

  Exemple : Au début du XXIe siècle, on paye un cadre en déplacement à Londres jusqu'à trois ou quatre fois son salaire parisien pour lui garantir le même niveau de vie.

III - A - 3 La demande hicksienne

Quand on cherche le revenu min. pour atteindre un niveau d'utilité donné, on est amené au passage à déterminer le panier de biens correspondant, appelé fonction de demande hicksienne.

Définition : la fonction de demande hicksienne h(P,U) est le panier de biens le moins coûteux satisfaisant un niveau minimum d'utilité donné U. On a $h(P,U) = (h_1(P,U), h_2(P,U), \ldots, h_n(P,U))$, où $h_i(P,U)$ est la demande hicksienne en bien i.

Ces demandes sont solution du problème :

$$\begin{array}{ll} \min & p_1\, x_1 + p_2\, x_2 + \cdots + p_n\, x_n \\ s.c. & U(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq U \end{array}$$

La dépense déterminée est la fameuse fonction dépense e(P,U).

Exemple : Calculer la dépense minimum pour atteindre le niveau d'utilité 1, sachant : $U(x_1,x_2)= x_1\, x_2$; $p_1=1$;

III - B - 1 Fonction dépense et demande hicksienne fonctions des prix et de l'utilité

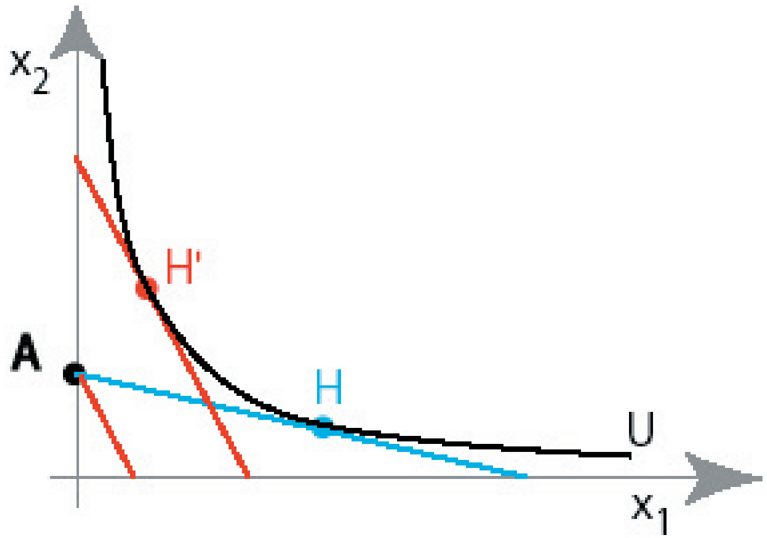
Par définition, on a : $e(P,U) = p_1h_1(P,U)+p_2h_2(P,U)+...+p_nh_n(P,U)$. La fonction dépense est une combinaison linéaire des fonctions de demande hicksiennes : les propriétés de ces deux fonctions sont souvent parallèles.

Ces deux fonctions dépendent de P et U. On pourrait donc s'intéresser aux effets des variations de P et de U.

Cependant, la statique comparative qui nous intéresse est l'effet de la variation des prix. En effet, même si il est immédiat de voir l'effet général d'une augmentation d'utilité, les nombres dérivés n'ont pas d'interprétation économique. [En effet, cela ne signifie rien d'augmenter l'utilité d'une unité]

IV - B - 2 Croissance de la fonction dépense avec les prix

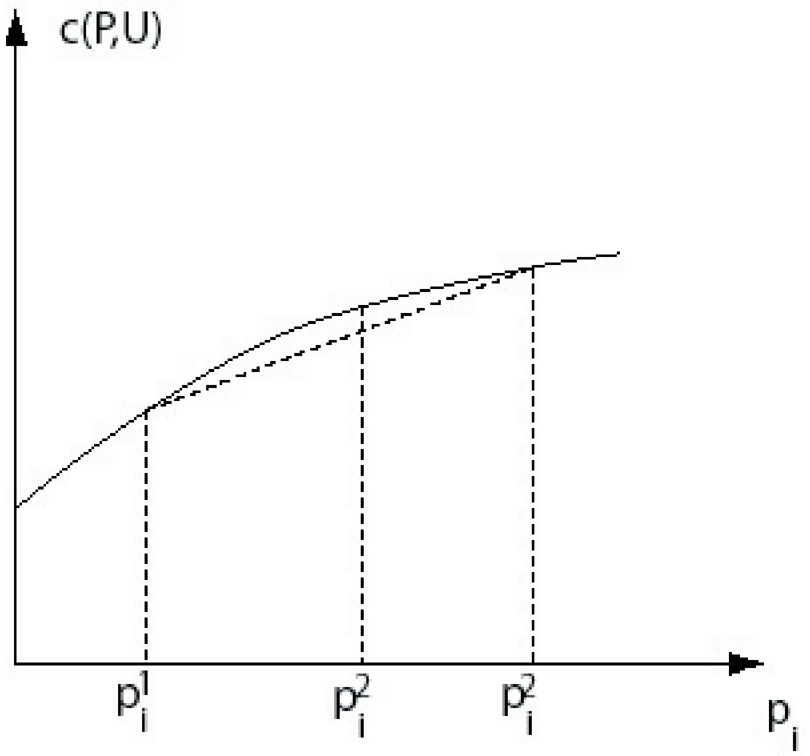
Démontrons que graphiquement que la fonction dépense est croissante avec les prix.



Quand p_1 augmente, la consommation passe de H à H'. Or, clairement, quel que soit le système de prix, H' est plus cher que A. Or le coût de A est identique à celui de H. Il en résulte qu'il est plus cher que H.

III - B - 3 Concavité de la fonction de dépense

Proposition : la fonction de dépense est concave par rapport aux prix. Lorsqu'un prix augmente, les coûts augmentent moins que linéairement.



III - B - 4 Fonction dépense et utilité indirecte

Considérons (P_0, R_0) un système de prix revenu particulier.

- Notons V_0 l'utilité maximum atteinte par le consommateur . On sait que : $V_0 = V(P_0, R_0)$
- V_0 est obtenu par le programme de maximisation de l'utilité ; on note x_0^* la demande particulière.

  l'utilité ; on note x_0^* la demande particulière.

Cherchons alors pour le système de prix-utilité (P_0, V_0) la dépense minimum.

- Notons-la $C(P_0, V_0)$
- $C(P_0, V_0) \leq R_0$, puisque x_0^* (qui coûte R_0) permet d'atteindre l'utilité V_0.
- **Proposition :** $C(P_0, V_0) = R_0$

Proposition : L'inverse de la fonction de dépense est la fonction d'utilité indirecte.

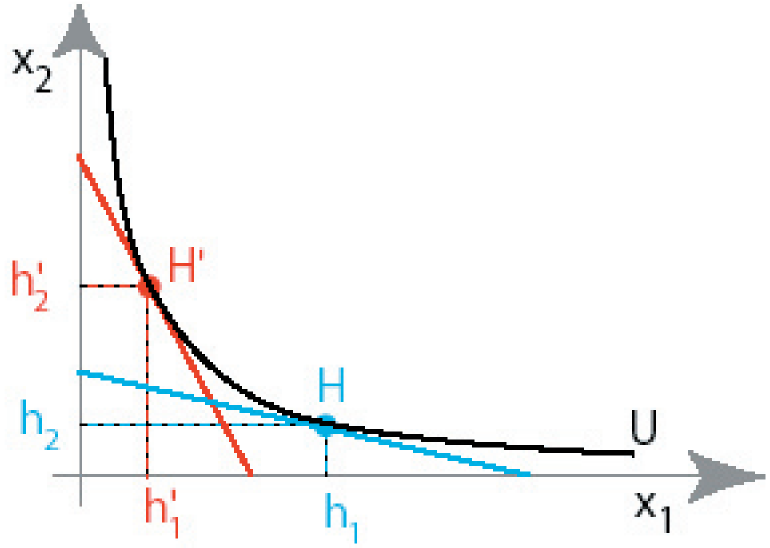
$$\forall\, P, U \;: V(P, e(P, U)) = U$$

$$\forall\, P, R \;: e(P, V(P, R)) = R$$

III - B - 5

Décroissance de la demande hicksienne avec les prix

Représentons graphiquement ce résultat dans le cas de deux biens



La demande hicksienne est déterminée par le prix relatif p_1/p_2 puis p'_1/p_2 quand (p_1, p_2) passe à (p'_1, p_2) (avec $p'_1 > p_1$) qui déterminent la pente de la contrainte budgétaire qui satisfera le consommateur, et qui est tangente à la courbe d'indifférence U: La demande hicksienne se déplace vers la gauche : $h_1' < h_1$; $h2' > h2$.

III - B - 6

Demande Walrasienne et demande Hicksienne

Le lien que l'on vient d'établir entre l'utilité maximum qu'un consommateur peut atteindre étant donné prix et revenu et la dépense minimale qu'il doit subir pour atteindre un niveau d'utilité donné, provient d'un lien entre les paniers de biens qui sont la solution de ces deux programmes.

Proposition : La demande walrasienne x (P, R) et Hicksienne h (P, U) sont reliés par les deux identités suivantes :

$$\forall\, \boldsymbol{P, U} \;: \boldsymbol{h(P, U) = x(P, e(P, U))}$$

$$\forall\, \boldsymbol{P, R} \;: \boldsymbol{x(P, R) = h(P, V(P, R))}$$

IV

MESURES DE LA VARIATION DU BIEN-ETRE AVEC PRIX ET REVENU

A - Variations compensées du revenu

B - Application à la distinction entre effet de substitution et effet de revenu.

C - Application à la mesure des variations de prix.

IV - A - 1

Compensation en terme monétaire

Comme on l'a vu, les indices que l'on calcule, quelle que soit la méthode, ne sont valides que pour un groupe de consommateurs donné. Il ne peut exister d'indice valable:

- quelles que soient les préférences
- quels que soient les niveaux de richesse

Aussi, les économistes devant appliquer les théories micro ont cherché à mesurer plus modestement le niveau de revenu nécessaire pour compenser les effets d'une variation des prix. On définit la variation compensée du revenu en fonction du niveau d'utilité que l'on prend pour référence, aujourd'hui ou demain.

U^0 cste → **Variation compensatoire**

U^1 cste → **Variation équivalente**

IV - A - 2

Variation compensatoire

Définition : La variation **compensatoire** est le différentiel de revenu minimum qu'il est nécessaire de donner à un agent, suite à une variation des prix, afin de lui assurer un niveau d'utilité constant.

Si u^0 est le niveau d'utilité qu'obtenait l'agent dans le système de prix P^0 et que les prix passent de P^0 à P^1, alors

$$CV = c(P^1, u^0) - c(P^0, u^0)$$

IV - A - 3

Variation équivalente

Définition : La variation **équivalente** est le différentiel de revenu que le ménage est disposé à payer au prix P^1, pour éviter de passer de P^0 à P^1.

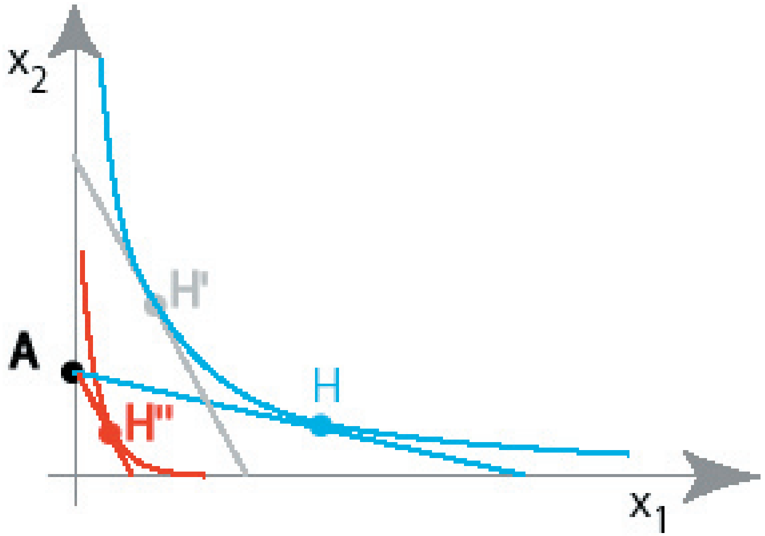
Si u^1 est le niveau d'utilité qu'obtient l'agent dans le système de prix P^1 et que les prix passent de P^0 à P^1, alors

$$EV = c(P^1, u^1) - c(P^0, u^1)$$

IV - B - 1 Décomposition de la variation de la demande walrasienne / prix

Suite à une variation d'un prix, la demande walrasienne varie de manière ambigüe. On distingue classiquement l'effet prix (de H à H') de l'effet revenu (de H' à H'').

- H' est trop cher, mais c'est le contrat "efficace" pour le prix relatif p'_1/p_2.
- H'' se déduit de H' par un effet revenu pur.



Proposition : <u>L'effet de substitution</u> implique toujours une baisse de la demande du bien dont le prix a augmenté.

Proposition : <u>L'effet de revenu</u>, ambigü, peut accentuer ou modérer l'effet de substitution, voire l'altérer jusqu'à le rendre inverse.

IV - B - 2 Equations de Slutsky

La décomposition des effets prix et revenus se traduit formellement par les équations de Slutsky, qui établissent une relation entre les variations de la demande walrasienne et de la demande hicksienne.

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i}{\partial p_j} - x_j \frac{\partial x_i}{\partial R}$$

Variation de la demande de bien i par rapport à une unité de prix pj.

Variation non ambigüe de la demande hicksienne par rapport à une unité de prix pj.

Variation de la demande de bien i par rapport à une unité de revenu… tout se passe comme si l'agent avait perdu le revenu xj Δpj.

Effet SUBSTITUTION

Effet REVENU

IV - C - 1

L'indice de prix

Définition : Un indice de prix est une mesure de l'évolution du coût de la vie.

Construction : un indice est construit à partir d'une relation qui associe un nombre représentatif à tout système de prix, parfois appellé "*niveau général des prix*": l'indice est alors le rapport de deux niveaux de prix, celui que l'on désire mesurer, au numérateur, un niveau de référence au dénominateur.

La phrase "*les prix ont augmenté de 5 %*" fait toujours implicitement référence à un indice de prix.

Cependant, il n'existe pas de manière unique de construire un tel indice. En particulier, les "*vrais*" indices ne sont pas construits à partir de moyennes pondérées des prix.

IV - C - 2

Revenus indexés sur les prix

Définition : On dit que les revenus sont **indexés** sur les prix s'ils évoluent en pourcentage comme un indice de prix de référence. Un indice de prix est un mécanisme qui associe à toute évolution des prix une "mesure" globale de l'ensemble des variations de prix.

Exemple : Si l'indice des prix $(p_1,\ldots,p_n)$ est égal à 1,2, cela signifie que le niveau général des prix a augmenté de 20%. Il est nécessaire d'augmenter les revenus de 20% pour que ces derniers soient indexés sur les prix.

Remarque : L'indexation dépend de l'indice choisi. Il n'y a pas d'indice de prix idéal. L'objectif recherché quand on indexe les revenus sur les prix est le maintien du pouvoir d'achat des consommateurs.

IV - C - 3

Indices prenant en compte l'achat d'un panier de référence

L'idée la plus simple pour construire un indice est d'évaluer le coût d'un panier de biens de référence donné (un appartement loué, une voiture, des équipements basiques, des biens de consommation courante, *etc*...). Si $(q_1^R, q_2^R, \ldots q_n^R)$ est un tel panier de référence, le niveau général des prix correspondant est le coût de ce

Définition: L'indice des prix mesurant l'évolution du coût du panier $(q_1^R, q_2^R, \ldots q_n^R)$, construit à partir des prix de référence $(p_1^0, p_2^0, \ldots p_n^0)$ est

$$I(p_1, p_2, \ldots, p_n) = \frac{p_1\, q_1^R + p_2\, q_2^R + \cdots + p_n\, q_n^R}{p_1^0\, q_1^R + p_2^0\, q_2^R + \cdots + p_n^0\, q_n^R}$$

LES +

L'indice est simple à calculer, ainsi que le panier de référence (conso moyenne)

LES -

Le panier de référence n'est a priori pas consommé & l'utilité résultante non constante.

IV - C - 4

Indices prenant en compte un niveau d'utilité de référence

Un indice de prix doit refléter le niveau de vie en mesurant "*les vrais coûts de la vie*", après avoir intégré les changements de consommation consécutif à la variation des prix.

Principe : La fonction dépense $C(p,u)$ en tant que mesure exacte des dépenses nécessaires pour atteindre un certain niveau de vie étant donné un système de prix, est l'outil permettant d'évaluer les variations du niveau de vie.

Définition : L'indice réel de l'évolution du coût d'un niveau de vie de référence U^R, construit à partir des prix de référence $(p_1^0, p_2^0, \dots p_n^0)$ est :

$$\mathcal{I}(p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{c(p_1, p_2, \dots, p_n, u^R)}{c(p_1^0, p_2^0, \dots, p_n^0, u^R)}$$

LES +

L'indice est fiable, il donne une mesure exacte du niveau de vie.

LES -

L'indice est long à calculer ;

il nécessite la connaissance préalable des préférences.

IV - C - 5

Utilisation de l'indice du vrai coût de la vie

Soient P^0 et P^1 deux systèmes de prix et R^0 le revenu nécessaire au prix p^0 pour atteindre le niveau de vie u^R :

$$R^0 = c(p^0, u^R)$$

Proposition : Lorsque les prix passent de P^0 à P^1, il est nécessaire d'augmenter le revenu R^0 en le multipliant par $I(P^1, u^R)$

Exemple : Si $I(P^1, u^R)=1,2$, il faut augmenter le revenu d'au moins 20 % pour s'assurer qu'il n'y ait pas de perte de bien-être.

Remarque
Ce calcul n'est valable que pour des agents disposant du niveau de revenu R^0.

IV - C - 6

Les indices de Laspeyre et Paasche

La construction d'un indice peut se révéler plus simple quand il s'agit de comparer deux situations économiques données, c'est-à-dire, deux niveaux de consommation évalués dans deux systèmes de prix distincts

Principe : Pour comparer le bien-être entre X^0 acheté au prix p^0 et X^1 acheté au prix p^1, les indices de Laspeyre et Paasche mesurent la variation du coût de l'un des deux vecteurs de consommation, initial ou final.

Définition : L'indice de **Laspeyre** mesure la variation du coût du vecteur de consommation **initial** $(x_1^0, x_2^0 \dots, x_n^0)$.

$$\mathcal{L} = \frac{p_1^1\, x_1^0 + p_2^1\, x_2^0 + \cdots + p_n^1\, x_n^0}{p_1^0\, x_1^0 + p_2^0\, x_2^0 + \cdots + p_n^0\, x_n^0}$$

Définition : L'indice de **Paasche** mesure la variation du coût du vecteur de consommation **final** $(x_1^1, x_2^1 \dots, x_n^1)$.

$$\mathcal{P} = \frac{p_1^1\, x_1^1 + p_2^1\, x_2^1 + \cdots + p_n^1\, x_n^1}{p_1^0\, x_1^1 + p_2^0\, x_2^1 + \cdots + p_n^0\, x_n^1}$$

LES +

Indices facile à calculer, à partir de la consommation à "favoriser" (courante ou future)

LES -

Ces indices sont seulement une approximation de la variation du niveau de vie.

Utilisation de l'indice de Laspeyres

L'indice de Laspeyres est construit à partir de (p^0, x^0). Il mesure le système de prix p^1

$$\mathcal{L} = I(p_1^1, p_2^1, \ldots, p_n^1)$$

Notons R^0 le revenu nécessaire pour acheter le panier x^0 à p^0

$$R^0 = p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0 + \cdots + p_n^0 x_n^0$$

Cet indice permet d'évaluer partiellement les conséquences d'une variation de revenu suite à une variation de prix.

Proposition : Si les prix passent de p^0 à p^1 et les revenus de R^0 à R^1 et si $R^1/R^0 > L$, le bien-être de l'agent a augmenté. On a alors l'inégalité

$$\mathcal{L} \geq \mathcal{I}(P^0, P^1, V(P^0, R^0))$$

Lorsque $R^1/R^0 < L$, on ne peut rien conclure.

L'indice de Laspeyres (suite)

Intuitivement, l'indice de Laspeyre mesure l'accroissement du coût du panier initial. L'inéquation $R^1/R^0 \geq L$, indique que la variation des revenus est supérieure à l'augmentation du coût du panier. Avec R^1 confronté aux nouveaux prix, l'agent peut acheter le panier, ce qui indique que son niveau de vie ne peut qu'augmenter.

Dans un tel cas, un agent rationnel en profiterait pour réorganiser sa consommation, afin d'atteindre le plus haut niveau d'utilité possible.

IV - C - 9

Utilisation de l'indice de Paasche

Soient p^0 et p^1 deux systèmes de prix, X^1 le panier de référence de la période 1, et R^1 le coût de ce panier.

$$R^1 = p_1^1 x_1^1 + \cdots + p_n^1 x_n^1$$

Proposition : Lorsque $R^1/R^0 < P$, le bien-être de l'agent a diminué ; on a alors l'inégalité

$$\mathcal{P} \leq \mathcal{I}(P^0, P^1, V(P^0, R^0))$$

. Lorsque $R^1/R^0 \geq P$, on ne peut rien conclure.

Preuve l'indice de Paasche mesure l'accroissement du coût du panier final. Lorsque $R^1/R^0 \leq P$, la variation des prix s'accompagne d'une variation des revenus limitée, telle que tout panier disponible à la période 1 l'est aussi à la période 0. L'agent peut acheter en période 0 mieux que X^1, preuve que son bien-être s'est dégradé entre la période 0 et la période 1.

Laspeyre ou Paasche ?

- Laspeyre est le plus facile à calculer : on n'a besoin que de la consommation courante (observable). Paasche est plus élaboré car il faut extrapoler quant au niveau de consommation future. Néanmoins, ce deuxième indice nécessite moins d'informations que le vrai indice.

- En général, il n'y a pas d'ordre prédéfini entre les indices de Laspeyre de Paasche ou le vrai indice du coût de la vie. Les cas évoqués dans les deux derniers transparents sont particuliers.

- Laspeyre et Paasche sont des "*faux*" indices, mais facile à calculer, et qui, de surcroît, fournissent parfois une indication non ambigüe sur la variation du bien-être des agents.

Les indices liés à la conso En se référant à la consommation observée et anticipée, on a pas besoin de savoir plus par exemple sur la proportion des différents biens consommés, qui varie entre les consommateurs de faible revenu et les consommateurs de revenu élevé.

IV - C - 11

Définition d'un indice de bien-être monétaire

On peut chercher à quantifier l'augmentation de la consommation, ou plus exactement de l'utilité, en définissant une mesure analogue à celle de la variation de l'ensemble des prix. L'idée ici est de développer un indice monétaire de l'utilité.

Définition : on appelle fonction d'utilité monétaire ou indice de la consommation réelle toute mesure de l'utilité en terme de revenu.

$$m(X) = c(P^R, U(X))$$

Pratiquement, si l'on fixe un système de prix de référence, on peut définir l'utilité d'un panier de consommation X, à partir du niveau minimum de revenu nécessaire pour atteindre le niveau d'utilité équivalent à U(X). On transforme souvent l'utilité en un indice, par rapport à un niveau d'utilité de référence U^0 :

$$I(X) = \frac{c(P^R, U(X))}{c(P^R, U(X^0))}$$

V

Utilités et surplus

A - Le surplus

1. Surplus et bénéfice de la consommation
2. Approche intuitive du surplus
3. Surplus et courbe de demande inverse
4. Exemples

B - Utilité et surplus

1. Utilité versus surplus
2. Multiplicité des utilités, unicité du surplus
3. Conflit entre utilité et surplus

V - A - 1

Surplus et bénéfice de la consommation

Principe : Lorsqu'un consommateur achète un panier de biens, il en retire un certain bénéfice. Le surplus est l'indicateur de la théorie micro qui mesure le bénéfice.

- C'est une mesure en terme monétaire.
- Elle dépend des prix et des quantités.
- C'est implicitement une mesure de bien-être.

Exemple 1 : Quel est l'avantage que retire un consommateur de l'achat de 3 unités d'un bien à 5 €/pièce sachant qu'il était disposé à payer jusqu'à 6 €/pièce ?

Exemple 2 : Quel est l'avantage que retire un consommateur de l'achat d'une quantité Δq de bien 1 au prix p, sachant que son TMS de bien 1 en bien 2 égal T et que le prix du bien 2 égal 1 ?

V - A - 2

Approche intuitive du surplus

Exemple 1 : La réponse est intuitive. L'agent a un surplus de $3 \times 6 - 3 \times 5 = 3$ €.

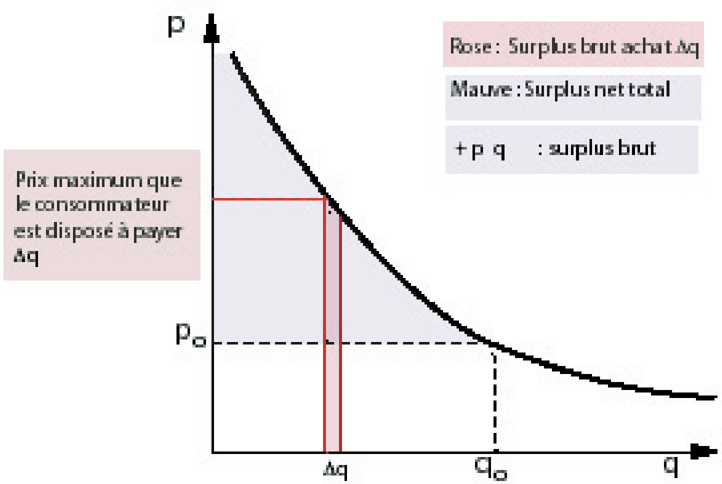
On pourrait définir le surplus comme le maximum qu'est prêt à payer un agent pour obtenir un panier donné moins sa dépense effective.

Exemple 2 : La valeur que l'agent accorde à l'achat d'une unité élémentaire de bien 1 est T unités de bien 2 qui s'exprime en euros à T euros car $p_2 = 1$. Son surplus pour l'achat de Δq bien 1 est Δq (T-p) (à condition que Δq soit suffisamment petit).

Le surplus (ou encore "surplus net") se construit comme la différence entre la disposition à payer (ou encore "surplus brut") qui valorise un panier donné moins la dépense effective.

Surplus et courbe de demande inverse

Remarque : dans l'exemple 2, T représente le prix maximum que le consommateur est disposé à payer pour l'achat de Δq. Le surplus Δq (T-p) se représente dans un espace prix quantité, la surface d'un rectangle de côtés Δq et (T-p).



Définition graphique du surplus : Le surplus est la surface dans l'espace quantité prix compris entre la courbe de demande inverse et la droite horizontale représentant le prix d'achat.

V - A - 4a

Exemple 1 de calcul

Exemple 1 - Soit un consommateur dont la demande d'un bien particulier est D(p) = 107 - 2p. Calculer la demande du consommateur quand le prix est p = 51 € ainsi que son surplus net.

– Quantitée demandée de bien lorsque $p = 51$

$$D(51) = 107 - 2 \times 51 = 6$$

– Fonction de demande inverse :

$$107 - 2p = q \quad \Longleftrightarrow \quad p = \frac{107 - q}{2} = 53,5 - \frac{1}{2}q$$

– Surplus net :

$$\begin{aligned} S^n(51,6) &= \int_0^6 (53,5 - \frac{1}{2}q)\, dq \\ &= \frac{1}{2}(5",5 - 51) \times 6 = 7,5 \text{ Euros} \end{aligned}$$

V - A - 4b

Exemple 2 de calcul

Exemple 2 : Un consommateur partage son revenu R entre la consommation d'un bien particulier et la consommation des autres biens . On suppose que son utilité est additive. Si on normalise le prix des autres biens, l'utilité du consommateur dépend des biens variables du consommateur x et R - p_x ; Dans le cas :

$$V(x, R - p_x) = \sqrt{x} + (R - p_x) \quad ($$

Calculer le surplus associé à la demande optimale du consommateur au prix p.

V - A - 4b'

- La consommation optimale de bien maximise la fonction d'utilité et anulle sa dérivée

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} - p = 0$$

- Celà donne immédiatement la demande optimale en fonction de p : $x(p) = \left(\frac{1}{2p}\right)^2$
- La demande inverse est alors : $p(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$!
- Le surplus net est donc :

$$\begin{aligned} S^n(p, x(p)) &= \int_0^{\left(\frac{1}{2p}\right)^2} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - p\right) dx \\ &= \left[\,\sqrt{x} - x\,\right]_0^{\left(\frac{1}{2p}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2p} - \frac{p}{4p^2} = \frac{1}{4p} \end{aligned}$$

V - B - 1

Utilité versus surplus

Utilité et surplus sont deux "mesures" du bien-être de l'agent. Ces deux mesures ont un rapport entre elles, mais elles diffèrent, notamment par les unités en lesquelles ces mesures sont exprimées.

➡ L'utilité n'a pas d'unité. Elle permet le classement de plusieurs paniers de biens, mais ses valeurs n'ont pas de signification dans l'absolu.

➡ En revanche, le surplus représente beaucoup plus concrètement l'avantage qu'un agent retire de la transaction qui lui a permis d'acheter le panier de bien optimal. Cet avantage s'exprime naturellement en valeur.

V - B - 2

Multiplicité des utilités, unicité du surplus

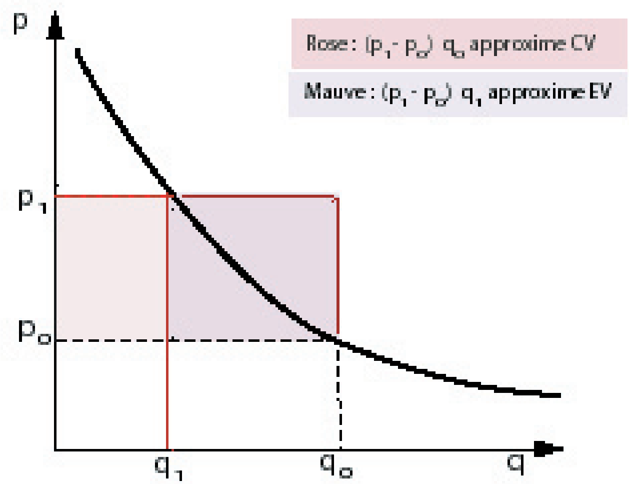
➜ Le surplus dérive directement de la demande optimale (de la disposition à payer) que l'on sait unique dans les cas standards.

➜ Il y a autant de façon de numéroter les courbes d'indifférences que l'imagination est grande. D'une certaine façon, il n'y a aucune interprétation à attacher à la notion d'utilité.

V - B - 3

Comparaison entre surplus, variation compensatoire, variation compensée

On peut montrer que les variations compensées du revenu encadrent le surplus.



VI

Préférences révélées

1 - Le concept des préférences révélées

2 - Des préférences révélées aux préférences

3 - Préférences révélées : axiome faible

4 - Préférences révélées : axiome fort

5 - Préférences révélées et indices de Paasche

6 - Préférences révélées et indice de Laspeyre

Le concept des Préférences Révélées

L'idée de la théorie des préférences révélées est d'établir le lien entre des choix effectués par des consommateurs que l'on aurait observés et la théorie du consommateur dans laquelle l'hypothèse de comportement de maximisation de l'utilité est supposée.

Considérons un panier (x_1,x_2) demand par le consommateur et (y_1,y_2) un panier quelconque se trouvant en dessous de sa droite de budget.

Remarque : Tous les paniers situés dans la zone grisée auraient pu être choisis mais ont été rejétés au profit de (x_1,x_2). On dit que ce (x_1,x_2) est **directement révélé préféré** à (y_1,y_2).

VI - 2

Des Préférences Révélées aux Préférences

Principe des préférences révélées : Soit (x_1,x_2), le panier choisi aux prix (p_1,p_2) et (y_1,y_2), un autre panier tel que $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$. Si le consommateur choisit le panier qu'il préfère parmi ceux qu'il peut acquérir, il faut que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$

Remarque : "*Révélé préféré*" signifie seulement que *X* a été choisi alors que *Y* était accessible. Si le consommateur choisit les meilleurs paniers parmi ceux qu'il peut s'offrir, alors les préférences révélées impliquent les préférences.

Préférences Révélées : AXIOME FAIBLE

Axiome faible : Si (x_1,x_2) est directement révélé préféré à (y_1,y_2) et que les deux paniers ne sont pas identiques, alors (y_1,y_2) ne peut pas être directement révélé préféré à (x_1,x_2).

Intuition : Autrement dit, si le panier Y est accessible lorsque le panier X est acheté, le panier X ne peut être accessible quand le panier Y est acheté.

Corollaire : L'axiome faible est nécessairement respecté par un consommateur qui choisit toujours ce qu'il a de meilleur parmi les paniers qui lui sont accessibles.

Préférences Révélées : AXIOME FORT

Axiome fort : Si (x_1,x_2) est révélé préféré à (y_1,y_2), directement ou indirectement et que (y_1,y_2) est différent de (x_1,x_2), alors (y_1,y_2) ne peut pas être révélé préféré directement ou indirectement à (x_1,x_2).

Remarque : L'axiome fort découle forcément du modèle d'optimisation : si un consommateur choisit toujours les paniers accessibles les plus désirables, son comportement doit respecter l'axiome fort. Cet axiome apparaît comme une condition suffisante pour qu'un comportement corresponde au modèle que l'on a vue sur la théorie du consommateur.

VI - 5

Préférences Révélées et Indice de Paasche

Considérons les prix de la période de base afin de calculer un indice de Paasche

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}$$

Considérons la situation où cet indice est supérieur à l'unité

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1$$

Les préférences révélées nous permettent de comparer la satisfaction du consommateur entre les deux périodes. En multipliant par les membres de l'inégalité précédente par le dénominateur du membre de gauche, nous obtenons

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$$

Cette expression indique que la satisfaction du consommateur est plus grande à la période t qu'à la période b.

Préférences Révélées et Indice de Laspeyres

Lorsque l'indice de Laspeyres est inférieur à l'unité

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1$$

En multipliant par le dénominateur, nous obtenons

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t$$

Cette expression indique que le panier (x_1^b, x_2^b) est révélé préféré au panier (x_1^t, x_2^t) et que le consommateur atteint un niveau de satisfaction plus élevé à la période b qu'à la période t.

Remarque : Lorsque les indices de Paasche et de Laspeyres sont respectivement inférieur et supérieur à 1, ces indices ne nous donnent aucun renseignement sur la variation de satisfaction du consommateur d'une période à l'autre.